

Question de point de vue.

Alexandre Wajnberg

Que sont ces anneaux ?



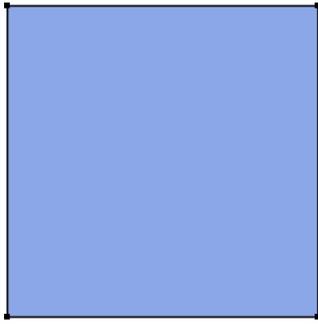
Fruits de l'industrie humaine, ces parures de verre teinté accompagnent *Homo sapiens* depuis quelques millénaires. Faites à la main ou à la chaîne, décorées de mille façons, elles ont surtout conservé nombre de liquides à usages alimentaires ou autres : qui dira la puissance économique et sociale de ces bouteilles ?!

Cette métaphore de la bouteille vue par le cul pour illustrer l'importance du *point de vue* est relativement connue. Et l'on sait que le collectif, somme de points de vues différents, n'est pas toujours réductible à leur moyenne.

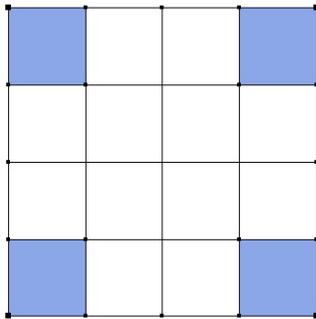
Voici un bel objet, mathématique, presque poétique, choisi tout exprès pour montrer « physiquement » comment un point de vue est parfois irréductible — attention, c'est de la géométrie, pas de la psycho-sociologie !

Voici donc une variante du *carré de Cantor*, objet fractal qui possède une propriété fascinante.

Soit un carré plein.



On le découpe en 16 sous-carrés et on l'évide de telle sorte que ne restent que les quatre carrés d'angles.



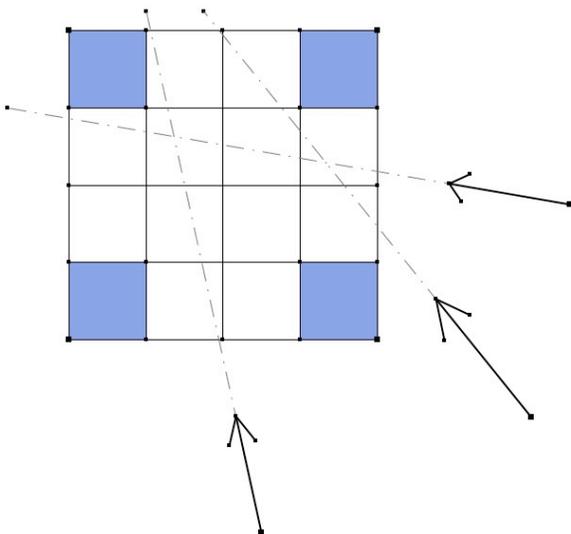
De 1 carré, on est passé à 4 sous-carrés.

Et la surface totale a été divisée par 4. En effet, il reste 4 carrés sur 16 possibles, ça fait bien $4/16$ soit un quart. (La surface d'un sous-carré vaut $1/16$ de celle du carré de départ).

Ainsi évidé, le regard passe au travers, quelle que soit la *direction* dudit.

En suivant les flèches, on peut toujours voir ce qu'il y a de l'autre côté.

(Certaines flèches directionnelles rencontreront l'un des quatre carrés, mais en la déplaçant parallèlement à elle-même — *même direction* — on pourra passer à travers.)

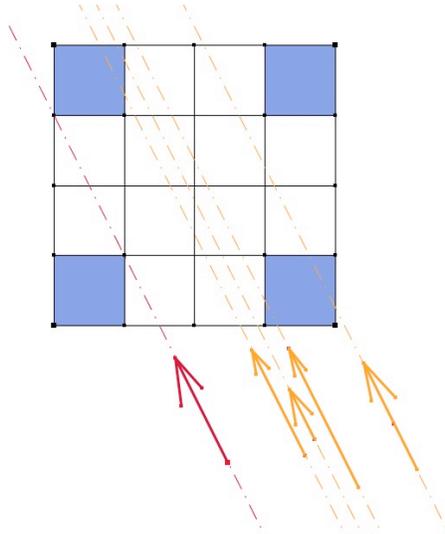


Toujours ? Non !

Il existe certaines directions pour lesquelles le carré évidé reste opaque (exemple : flèche rouge).

Et cela, quel que soit le déplacement de la flèche parallèle à elle-même (flèches orange).

En effet, toutes les droites parallèles à la flèche rouge rencontreront toujours un des quatre carrés d'angles.



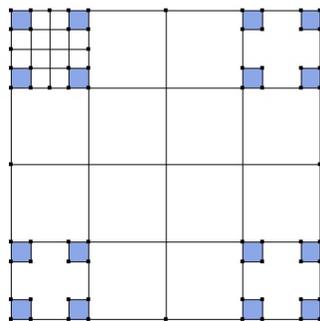
L'angle de cette direction avec l'horizontale est parfaitement défini.

(On peut le calculer puisqu'il est un des angles à la base d'un triangle rectangle dont le grand côté de l'angle droit vaut le double du petit. Ici cet angle vaut à peu près $63,4^\circ$.)

Jusqu'ici, rien d'extraordinaire. Mais attendez.

On peut répéter l'opération (en maths, on dit « itérer ») pour chacun des quatre carrés d'angle : les partager en 16 sous-sous-carrés et ne garder, chaque fois, que les quatre sous-sous-carrés d'angles.

Cette « génération 2 » comporte alors quatre groupes de 4 sous-sous-carrés répartis comme ceci :

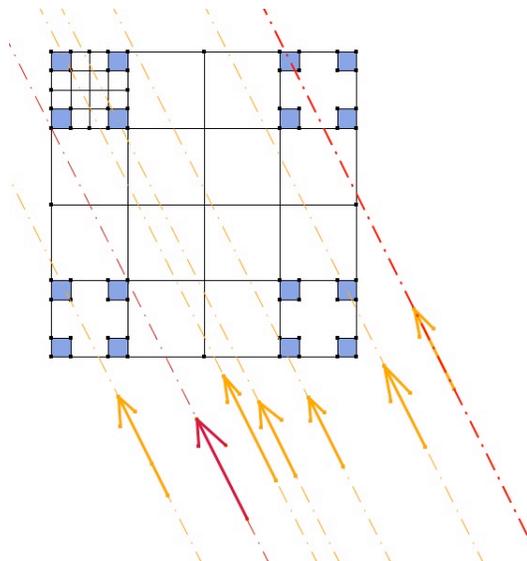


On voit que chaque groupe d'angle (comportant chacun 4 sous-sous-carrés) est l'image, en quatre fois plus petit, de la génération précédente, ici la « génération 1 ».

Comme ils ont été construits selon toujours la même règle, il n'y a aucune raison de penser que les propriétés de chacun de ces quatre groupes de la génération 2 sont différentes des propriétés de la génération 1.

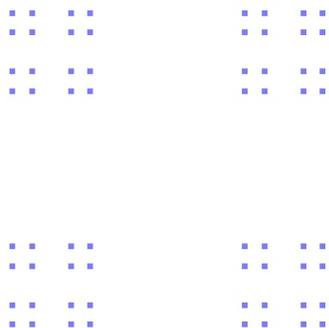
En particulier, ils sont tous transparents comme la génération 1, ... et opaques comme elle, et ce, selon la même direction d'opacité !

Tous les points de vue parallèles à la flèche rouge (flèches orange) rencontreront toujours un petit carré ! Il est impossible de trouver une position de la flèche orange (toujours parallèle à la rouge) qui passe à travers l'ensemble sans rencontrer de petit carré.



On peut ainsi continuer, itérer, et former les générations 3, 4, 5 ... n fois.

Voici la génération 3 :



À chaque génération, par rapport à la précédente, la densité de l'ensemble est divisée par quatre. (Le nombre total de carrés est multiplié par quatre, mais la surface de chacun d'eux a été divisée par 16.)

À la n ème génération (n), la densité est divisée par 4^n ; ça va vite.

Plus on monte en génération, plus le carré initial devient poussière...

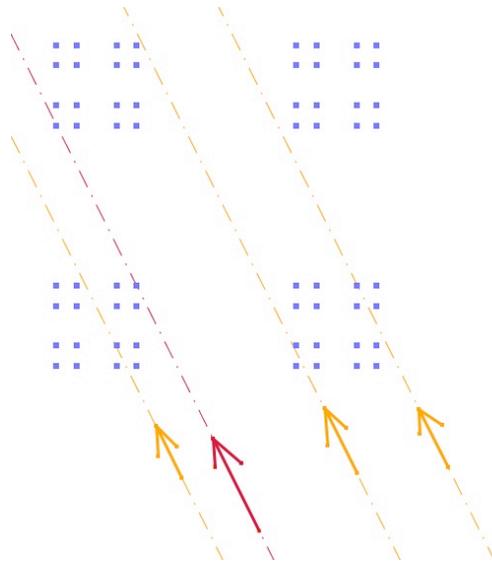
Et voici le poème — fractal.

À l'infini, la densité du carré tend vers zéro.

Il devient de plus en plus transparent en général.

...Alors qu'il reste parfaitement et totalement opaque dans la direction de la flèche rouge.

Selon cet angle, le regard rencontrera toujours un petit carré, aussi infime soit-il !



Moralité : la matière disparaît mais l'opacité reste !
Immarcescible !

Question de point de vue !

□

80